

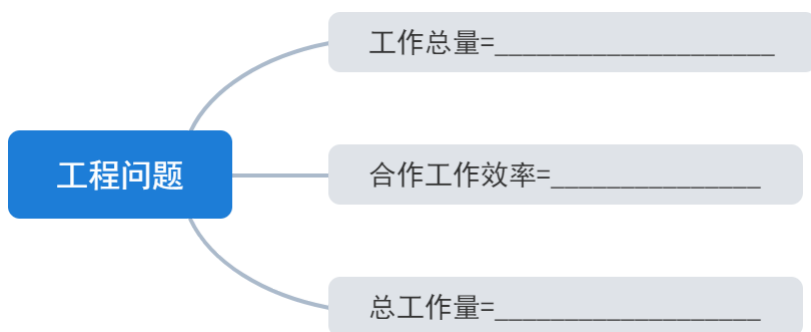
第二讲 一元一次方程的实际应用（一）

解应用题的步骤：

- (1) **审**：认真审题，分清已知量、未知量及其关系，找出题中的数量关系，要抓住题中的关键词。
- (2) **设**：设出适当的未知数。
- (3) **列**：根据题中的数量关系列出方程。
- (4) **解**：解方程。
- (5) **答**：检验是否符合题意，并写出答案。

即 **审题** → **设未知数** → **找出题中所有的数量关系列出方程** → **解方程** → **检验** → **答**。

一、工程问题



【备注】 工作总量 = 工作效率 × 工作时间；
合作工作效率 = 甲工作效率 + 乙工作效率
总工作量 = 各个工作量的和

 举个“栗子”

 栗子1

1. 一项工程，甲单独做需10天完成，乙单独做需6天完成，现由甲先做2天，乙再加入合作，设完成这项工程共需 x 天，由题意可列方程（ ）。

A. $\frac{x}{10} + \frac{x}{6} = 1$

C. $\frac{x}{10} + \frac{x-2}{6} = 1$

B. $\frac{x+2}{10} + \frac{x-2}{6} = 1$

D. $\frac{2}{6} + \frac{x-2}{10} + \frac{x-2}{6} = 1$

【答案】 C

【解析】设整个工程为1，根据关系式甲完成的部分+乙完成的部分=1，列出方程式为：

$$\frac{x}{10} + \frac{x-2}{6} = 1. \text{ 故选C.}$$

【标注】【知识点】一元一次方程的工程问题

2. 整理一批数据，由一个人做要40小时完成．现在计划由 x 人先做4小时，再增加2人和他们一起做8小时，完成这项工作，假设这些人的工作效率相同，则可列方程为（ ）．

A. $\frac{4x}{40} + \frac{8(x+2)}{40} = 1$

B. $\frac{4x}{40} + \frac{8(x-2)}{40} = 1$

C. $\frac{4(x-2)}{40} + \frac{8x}{40} = 1$

D. $\frac{4(x-2)}{40} + \frac{8(x+2)}{40} = 1$

【答案】A

【解析】由题意得方程为： $\frac{4x}{40} + \frac{8(x+2)}{40} = 1$ ．

【标注】【知识点】一元一次方程的工程问题

栗子2

3. 在某一城市美化工程招标时，有甲、乙两个工程队投标．经测算：甲队单独完成这项工程需要60天；若由甲队先做20天，剩下的工程由甲、乙合作24天可完成．
- (1) 乙队单独完成这项工程需要多少天？
- (2) 甲队施工一天需付工程款3.5万元，乙队施工一天需付工程款2万元．若该工程计划在70天内完成，在不超过计划天数的前提下，是由甲队或乙队单独完成该工程省钱，还是由甲乙两队全程合作完成该工程省钱？

【答案】(1) 90天．

(2) 在不超过计划天数的前提下，由甲、乙全程合作完成最省钱．

【解析】(1) 设乙队工作效率为 x ，依题意，得：

$$\frac{1}{60} \times 20 + \left(x + \frac{1}{60}\right) \times 24 = 1,$$

解得 $x = \frac{1}{90}$ ．

答：乙队单独完成这项工程需要90天．

(2) 设甲、乙合作完成需 y 天．

依题意，得： $\left(\frac{1}{60} + \frac{1}{90}\right)y = 1$ ，

解得 $y = 36$ ．

甲单独完成需付工程款为 $60 \times 3.5 = 210$ (万元) ,
 乙单独完成超过计划天数不符题意 ,
 甲、乙全程合作完成需付工程款为 $36 \times (3.5 + 2) = 198$ (万元) ,
 答 : 在不超过计划天数的前提下 , 由甲、乙全程合作完成最省钱 .

【标注】【知识点】一元一次方程的工程问题

栗子3

4. 列一元一次方程解应用题 .

整理一批图书 , 由一个人做要 $30h$ 完成 . 现计划由一部分人先做 $3h$, 然后增加 2 人与他们一起做 $6h$, 完成这项工作 , 假设这些人的工作效率相同 , 具体应先安排多少人工作 ?

【答案】应先安排 2 人工作 .

【解析】设应先安排 x 人工作 ,

根据题意得 :

$$\frac{3x}{30} + \frac{6(x+2)}{30} = 1 ,$$

$$\text{化简可得 : } 3x + 6(x+2) = 30 ,$$

$$\text{解可得 : } x = 2 .$$

答 : 应先安排 2 人工作 .

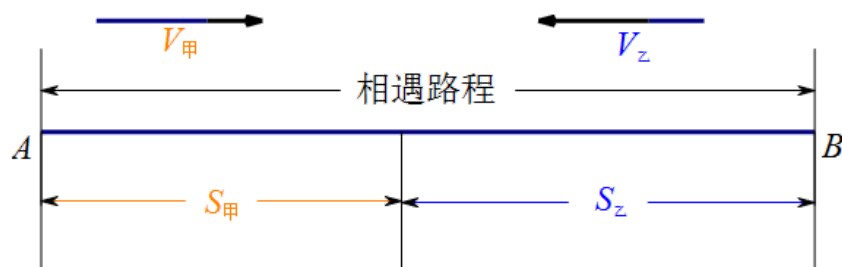
【标注】【知识点】一元一次方程的工程问题

二、行程问题

1、路程 = 速度 $\times$ 时间

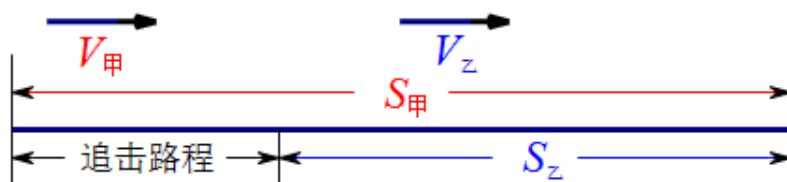
2、两个运动物体在同一条直线上 , 异地相向而行 , 运动一段时间 , 两物体相遇 .

相遇路程 = 速度和 $\times$ 相遇时间



3、两物体在同一直线上，异地同向而行，运动一段时间，后面的物体追赶上前面的物体．

追击路程=速度差×追击时间



4、顺水（风）速度=静水（风）速度+水（风）速；

逆水（风）速度=静水（风）速度-水（风）速．

1. 相遇问题

栗子4

5. 甲、乙两地相距270千米，从甲地开出一辆快车，速度为120千米/时，从乙地开出一辆慢车，速度为75千米/时，如果两车相向而行，慢车先开出1小时后，快车开出，那么再经过多长时间两车相遇？若设再经过 x 小时两车相遇，则根据题意列方程为（ ）．

A. $75 \times 1 + (120 - 75)x = 270$

B. $75 \times 1 + (120 + 75)x = 270$

C. $120(x - 1) + 75x = 270$

D. $120 \times 1 + (120 + 75)x = 270$

【答案】 B

【解析】 设再经过 x 小时两车相遇，

则根据题意列方程为 $75 \times 1 + (120 + 75)x = 270$ ．

【标注】 【知识点】 一元一次方程的行程问题-相遇问题

栗子5

6. A 、 B 两地相距450千米，甲、乙两车分别从 A 、 B 两地同时出发，相向而行．已知甲车速度为120千米/小时，乙车速度为80千米/小时，经过 t 小时两车相距50千米．则 t 的值是_____．

【答案】 2或2.5

【解析】 设经过 t 小时两车相距50千米，根据题意，得

$$120t + 80t = 450 - 50, \text{ 或 } 120t + 80t = 450 + 50,$$

解得 $t = 2$ ，或 $t = 2.5$ ．

答：经过2小时或2.5小时相距50千米.

【标注】【知识点】一元一次方程的行程问题-相遇问题

2. 追击问题

栗子6

7. 小明和小刚两人从学校出发去敬老院送水果，小明带着水果先走了200m，然后小刚才出发．若小明每分钟行80m，小刚每分钟行120m，则小刚用 _____ 分钟可以在途中追上小明．

【答案】 5

【解析】 设 x 分钟可追上小明．

$$120x = 200 + 80x ,$$

$$40x = 200 ,$$

$$x = 5 .$$

∴5分钟可追上．

【标注】【知识点】一元一次方程的行程问题-追及问题

8. 甲、乙两站相距360千米，一列快车从甲站开出，每小时行160千米，一列慢车从乙站开出，每小时行80千米．
- (1) 两车同时开出，相向而行多少小时后两车相遇．
- (2) 两车同向而行，快车在慢车的后面，且慢车提前半小时出发，经过多少小时后快车追上慢车．

【答案】 (1) 相向而行1.5小时后两车相遇．

(2) 经过0.5小时后快车追上慢车．

【解析】 (1) 设相向而行 m 小时后两车相遇．

$$160m + 80m = 360 ,$$

$$240m = 360 ,$$

$$m = 1.5 .$$

故相向而行1.5小时后两车相遇．

(2) 设经过 n 小时后快车追上慢车．

$$160n = 80(n + 0.5),$$

$$160n = 80n + 40,$$

$$80n = 40,$$

$$n = 0.5.$$

故经过0.5小时后快车追上慢车.

【标注】【知识点】一元一次方程的行程问题-相遇问题

栗子7

9. 已知某条隧道长800米，现有一列火车从隧道通过，测得火车从开始进入隧道到完全通过共用了1分钟，这列火车完全在隧道里的时间为40秒，则火车的速度和车长分别是（ ）.

A. 20米/秒，200米 B. 18米/秒，180米 C. 16米/秒，160米 D. 15米/秒，150米

【答案】 C

【解析】 设火车速度为 x 米/秒，由题意得： $800 - 40x = 60x - 800$,

解得： $x = 16$,

即火车的速度为16米/秒；

火车的车长为 $60 \times 16 - 800 = 160$ (米).

故选C.

【标注】【知识点】一元一次方程的行程问题-火车过隧道和过桥问题

3. 水流问题

栗子8

10. 一艘船从甲码头到乙码头顺流行驶，用了2小时；从乙码头返回甲码头逆流行驶，用了2.5小时. 若水流速度是3千米/时，则甲、乙两码头之间的距离是 _____ 千米.

【答案】 60

【解析】 设此船在静水中的速度为 x km/h,

$$2(x + 3) = 2.5(x - 3),$$

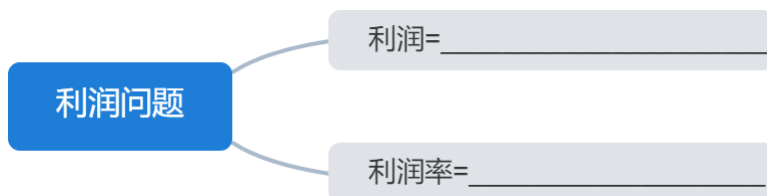
解得： $x = 27$,

$$(27 + 3) \times 2 = 60(\text{km}),$$

故甲、乙两码头的距离为60千米.

【标注】【知识点】一元一次方程的行程问题-顺风、顺水问题

三、利润问题



- 【备注】
- 1、购进商品的价格称为进价，有时也称为成本价。
 - 2、销售商品时售出的价格称为售价，有时也称为成交价或卖出价。
 - 3、在销售商品的过程中的纯收入称为利润。
 - 4、利润占进价的百分率称为利润率。
 - 5、利润占进价的百分率称为利润率。
 - 6、商品利润=商品售价-商品进价=商品标价×折扣-商品进价。
- $$\text{商品利润率} = \frac{\text{商品利润}}{\text{商品进价}} \times 100\% .$$
- $$\text{进价} \times (1 + \text{利润率}) = \text{标价} \times \text{折扣} .$$

栗子9

11. 某商店有2个进价不同的计算器都卖了80元，其中一个盈利60%，另一个亏本20%，在这次买卖中，这家商店（ ）。
- A. 不赔不赚 B. 赚了10元 C. 赔了10元 D. 赚了50元

【答案】B

【解析】设这两个计算器的成本分别为 x 元和 y 元，

则有 $(1 + 60\%)x = 80$ ，解得 $x = 50$ ，

$(1 - 20\%)y = 80$ ，解得 $y = 100$ ，

$2 \times 80 - (50 + 100) = 10$ （元）。

故选B。

【标注】【知识点】一元一次方程的经济问题-利润

12.

某社区超市第一次用6000元购进甲、乙两种商品，其中乙商品的件数比甲商品件数的 $\frac{1}{2}$ 多15件，

甲、乙两种商品的进价和售价如下表：（注：获利=售价-进价）

	甲	乙
进价（元/件）	22	30
售价（元/件）	29	40

（1）该超市购进甲、乙两种商品各多少件．

（2）该超市将第一次购进的甲、乙两种商品全部卖完后一共可获得多少利润．

【答案】（1）甲种商品150件，乙种商品90件．

（2）1950元．

【解析】（1）设该超市购进甲种商品 x 件，购进乙种商品 $\left(\frac{1}{2}x + 15\right)$ 件，

$$\text{根据题意得 } 22x + 30 \times \left(\frac{1}{2}x + 15\right) = 6000.$$

解得 $x = 150$ ．

$$\text{则 } \frac{1}{2} \times 150 + 15 = 75 + 15 = 90 \text{ (件)}.$$

答：该超市购进甲种商品150件，乙种商品90件．

$$\text{(2) } (29 - 22) \times 150 + (40 - 30) \times 90 = 1950 \text{ (元)}.$$

【标注】【知识点】一元一次方程的经济问题-打折

栗子10

13. 2019年双“十一”期间，天猫商城某书店制定了促销方案：若一次性购书超过300元，其中300元按九五折优惠，超过300元的部分按八折优惠．

（1）设一次性购买的书籍原价是 a 元，当 a 超过300时，实际付款为_____元．（用含 a 的代数式表示，并化简）．

（2）若小明购书时一次性付款365元，则所购书籍的原价是多少元？

【答案】（1） $(45 + 0.8a)$ ．

（2）书籍原价为400元．

【解析】（1） $(45 + 0.8a)$ ．

（2）设所购买书籍的原价为 x 元，

$$45 + 0.8x = 365,$$

$$x = 400 ,$$

答：书籍原价为400元．

【标注】【知识点】一元一次方程的经济问题-打折

四、方案选择问题

栗子11

14. 某地电话拨号入网有两种收费方式，A．计时制：0.05元/分；B．包月制：50元，此外，两种方式都另加收通信费0.02元/分．

(1) 某用户某月上网时间为 x 小时，请分别写出两种收费方式下该用户应支付的费用．

(2) 若某用户估计一个月上网时间为20小时，你认为采用哪种方式较合算．

【答案】(1) 采用计时制应付的费用为： $4.2x$ 元；采用包月制应付的费用为： $(50 + 1.2x)$ 元．

(2) 包月制较为合算．

【解析】(1) 采用计时制应付的费用为： $0.05 \cdot x \cdot 60 + 0.02 \cdot x \cdot 60 = 4.2x$ (元)；

采用包月制应付的费用为： $50 + 0.02 \cdot x \cdot 60 = (50 + 1.2x)$ (元)．

(2) 若一个月内上网的时间为20小时，则计时制应付的费用为84元，包月制应付的费用为74元，很明显，包月制较为合算．

【标注】【知识点】一元一次方程的方案选择问题

15. 某区运动会要印刷秩序册，有两个印刷厂前来联系业务，他们的报价相同，甲厂的优惠条件是：按每份定价6元的八折收费，另收500元制版费；乙厂的优惠条件是：每份定价6元的价格不变，而500元的制版费四折优惠．

问：

(1) 这个区印制多少份秩序册时两个印刷厂费用是相同的？

(2) 当印制200份、400份秩序册时，选哪个印刷厂所付费用较少？为什么？

【答案】(1) 要印制250份秩序册时费用是相同的．

(2) 当印制200份秩序册时：故选乙印刷厂所付费用较少．

当印制400份秩序册时：故选甲印刷厂所付费用较少．

【解析】(1) 设这个区要印制 x 份秩序册时费用是相同的，根据题意得，

$$500 + 6 \times 0.8x = 6x + 500 \times 0.4,$$

解得 $x = 250$ ，

答：要印制250份秩序册时费用是相同的。

(2) 当印制200份秩序册时：

$$\text{甲厂费用需：} 0.8 \times 6 \times 200 + 500 = 1460 \text{ (元)},$$

$$\text{乙厂费用需：} 6 \times 200 + 500 \times 0.4 = 1400 \text{ (元)},$$

$$\because 1400 < 1460,$$

故选乙印刷厂所付费用较少。

当印制400份秩序册时：

$$\text{甲厂费用需：} 0.8 \times 6 \times 400 + 500 = 2420 \text{ (元)},$$

$$\text{乙厂费用需：} 6 \times 400 + 500 \times 0.4 = 2600 \text{ (元)},$$

$$\because 2420 < 2600,$$

故选甲印刷厂所付费用较少。

【标注】【知识点】一元一次方程的方案选择问题

栗子12

16. 海洋馆的门票价格规定如下表所示：

购票人数 (人)	1 - 50人	51 - 100人	100人以上
门票单价 (元/人)	60	55	50

某校七年级一班、二班共102人去游公园（一班人数比二班多），经计算，如果两班都以班级为单位分别购买门票，则一共应付5850元。

(1) 两班分别有学生多少人？

(2) 如果两班作为一个团体购票，可以节省多少钱？

【答案】(1) 一班54人，二班48人。

(2) 750元。

【解析】(1) 设一班有学生 x 人，则二班有 $(102 - x)$ 人，

$$\text{根据题意得：} 55x + 60(102 - x) = 5850,$$

$$\text{解得：} x = 54,$$

$$102 - 54 = 48 \text{ (人)}.$$

答：一班有学生54人，二班有48人。

$$(2) 5850 - 102 \times 50 = 750 (\text{元}) .$$

答：可以节省750元．

【标注】【知识点】一元一次方程的梯度计价问题

17. 某单位急需用车，但又不许买车，他们准备和一个个体车主或一国营出租公司签定月租车合同．个体车主的收费是3元/千米；国营出租公司的月租费为2000元，另外每行驶1千米加收1元．试根据一个月行驶的路程的多少回答怎样租车比较合算．

【答案】一个月行驶路程小于1000千米时，租用个体车主划算；

一个月行驶路程等于1000千米时，两边收费相同；

一个月行驶路程大于1000千米时，租用国营出租公司划算．

【解析】设一个月行驶的路程为 x 千米，

则个体车主的月收费为： $3x$ 元，国营出租公司的月收费为： $(2000 + x)$ 元，

令 $3x = 2000 + x$ ，

解得： $x = 1000$ ，

即当一个月行驶1000千米时，月租费相同，

当 $x < 1000$ 时，即 $3x < 2000 + x$ ，

租用个体车主的车合算；

当 $x > 1000$ 时， $3x > 2000 + x$ ，

租用国营出租公司的车合算．

【标注】【知识点】一元一次方程的方案选择问题

五、分段收费问题

栗子13

18. 小明所在城市的“阶梯水价”收费办法是：每户用水不超过5吨，每吨水费 x 元；超过5吨，超过部分每吨加收2元，小明家今年5月份用水9吨，共交水费为44元，根据题意列出关于 x 的方程正确的是（ ）．

A. $5x + 4(x + 2) = 44$

B. $5x + 4(x - 2) = 44$

C. $9(x + 2) = 44$

D. $9(x + 2) - 4 \times 2 = 44$

【答案】 A

【解析】 由题意可得， $5x + (9 - 5)(x + 2) = 44$ ，即 $5x + 4(x + 2) = 44$.

故选：A .

【标注】【知识点】一元一次方程的梯度计价问题

19. 为鼓励民众节约用电，城镇居民生活用电电费目前实行梯度收费，具体标准如下表：

月用电量（单位：千瓦时）	单价（单位：元）
150以内（含150）	0.5
超过150但不超过300的部分（含300）	0.6
300以上（不含300）的部分	0.8

（1）若月用电100千瓦时，应交电费多少元？若月用电200千瓦时，应交电费多少元？

【答案】（1）105元 .

【解析】（1）根据题意得：

$$100 \times 0.5 = 50 \text{（元）},$$

$$150 \times 0.5 + (200 - 150) \times 0.6 = 105 \text{（元）} .$$

∴用电100千瓦时，应交电费50元，用电200千瓦时，应交电费105元 .

【标注】【知识点】一元一次方程的梯度计价问题

栗子14

20. 为鼓励居民节约用水，某市决定对居民用水收费实行“阶梯价”，具体标准如下：若每月用水量不超过18吨，按2元/吨收费；若每月用水量超过18吨，但不超过40吨，超过部分按3元/吨收费；若每月用水量超过40吨，超过部分按6元/吨收费 .

（1）若小红家某月用水30吨，则该月应交水费 _____ 元 .

（2）若小红家某月交水费192元，求该月用水的吨数 .

【答案】（1）72

（2）55吨 .

【解析】（1） $18 \times 2 + (30 - 18) \times 3 = 72 \text{（元）} .$

所以若小红家某月用水30吨，则该月应交水费72元 .

故答案为：72 .

(2) 当用水量为40吨时，水费 $18 \times 2 + 22 \times 3 = 102$ (元) ，

$$192 > 102 ,$$

所以小红家某月交水费用水量超过40吨，设用水量为 x 吨，

$$\text{由题意：} 102 + 6(x - 40) = 192 ,$$

$$\text{解得，} x = 55 .$$

答：该月用水55吨．

【标注】【知识点】一元一次方程的梯度计价问题